Механика

Геометријске карактеристике попречних пресјека носача

Једина геометријска характериска попречног пресјека носача са којом сте се до сада сусрели је била површина попречног пресјека. Постоје и друге сложеније геометријске карактеристике попречног пресјека са којима ћемо се упознати. Те карактеристике ћемо посебно проучити, а то су : статички момент површине, аксијални, ценрифугални и поларни момент инерције површине, отпорни момент површине и полупречник инерције површине.

Статички момент површине

У изразима за координате тежишта раванске фигуре

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta A_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta A_i}, \qquad y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta A_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta A_i},$$

које смо у статици извели, фигуришу величине

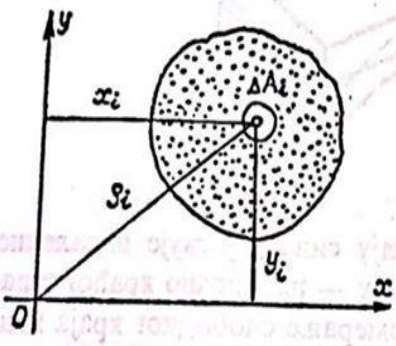
$$S_x = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i x_i \quad \text{i} \quad S_y = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i y_i,$$

које представљају статичке моменте површине за осе x и y система Декартових правоуглих координата. Обе величине представљају збир производа елементарних површина и њихових растојања од осе. Димензија статичког момента површине је стога (L^3) и изражава се у m³. Растојање елементарне површине од осе може бити позитивно и негативно, што зависи од положаја елемената према оси. Уколико оса пролази кроз тежиште површине, када кажемо да је *тежишна оса*, онда је, као што смо у статици показали, статички момент површине за ту осу једнак нули.

Аксијални, центрифугални и поларни момент инерције

Уочимо раванску фигуру, површине A, у њеној равни систем произвољно изабраних Декартових правоуглих координата x и y (сл. 231). Произвољно уочена елементарна површина ΔA_i налази се тада на растојањима x_i и y_i од координатних оса, односно на растојању ρ_i од координатног почетка, при чему је

$$\rho_i^2 = x_i^2 + y_i^2.$$



Сл. 231

За уочену раванску фигуру, као њене геометријске карактеристике, дефинисаћемо, у односу на изабрани систем Декартових правоуглих координата, *аксијални, центрифугални и поларни* момент инерције површине на следећи начин:

аксијални моменти инерције I_x и I_y *површине уочене фигуре према x, односно y-координатној оси представљају збир производа елементарних површина и квадрата њихових растојања од одговарајуће осе*, тј.:

$$I_x = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i y_i^2, \quad I_y = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i x_i^2.$$

Центрифугални момент инерције I_{xy} *површине уочене фигуре према координатним осама x и y представља збир производа елементарних површина и њихових растојања од координатних оса*, тј.:

$$I_{xy} = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i x_i y_i.$$

Поларни момент инерције I_0 *површине уочене фигуре према координатном почетку O представља збир производа елементарних површина и квадрата њихових растојања од координатног почетка, тј.:*

$$I_0 = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i \rho_i^2.$$

Из дефиниције момента инерције површине раванске фигуре можемо закључити да њихова вредност зависи *од облика фигуре и положаја фигуре у односу на изабрани систем Декартових правоуглих координата*. Такође, можемо закључити да је димензија момента инерције $[L^4]$ и стога се изражава у m^4.

Ако у изразу за поларни момент инерције ставимо $\rho_i^2 = x_i^2 + y_i^2$, добијамо:

$$I_o = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i (x_i^2 + y_i^2) = \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i x_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \Delta A_i y_i^2,$$

односно:

$$I_o = I_x + I_y.$$

Видимо, дакле, да поларни момент инерције можемо изразити као збир аксијалних момената инерције, за међусобно управне осе које пролазе кроз пол (координатни почетак).

У специјалном случају, ако координатни почетак изаберемо у тежишту C фигуре, координатне осе су тежишне осе, јер пролазе кроз тежиште C фигуре. Моменти инерције, дефинисани за тежишне осе, односно за тежиште C (поларни момент инерције), називају се *сопствени моменти инерције* и изражавају се на исти начин као и за било које друге координате осе, односно координатни почетак.

Из дефиниције аксијалних и поларног момента инерције, који су повезани претходном релацијом, видимо да су њихове вредности увек позитивне. Вредност центрифугалног момента инерције, међутим, може бити већа, једнака или мања од нуле, јер координате x_i и y_i могу имати позитивне и негативне вредности. Из израза за центрифугални момент инерције лако је закључити да ће му *вредност бити једнака нули ако је једна од координатних оса — оса симетрије фигуре*, у ком случају, као што знамо, она мора бити и тежишна оса.

Отпорни момент површине

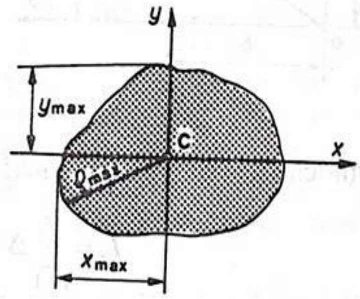
Количником аксијалног момента инерције за тежишну осу (сопствени аксијални момент инерције) и растојања најудаљеније тачке површине од те осе дефинишемо ***отпорни момент површине.*** Према томе, ако су координатне осе x и y у тежишту осе, отпорни момент површине W_x за x-осу је:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}},$$

док је отпорни момент површине за y-осу

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}},$$

при чему у овим изразима величине $y_{\max}$ и $x_{\max}$ као растојања најудаљенијих тачака површине од оса x и y (сл. 232), уносимо као позитивне вредности.



Сл. 232

Осим отпорног момента површине за осу, дефинише се и *поларни отпорни момент површине*, као количник сопственог поларног момента инерције I_o и растојања $\rho_{\max}$ најудаљеније тачке површине од тежишта површине. Према томе:

$$W_o = \frac{I_o}{\rho_{\max}}.$$

Код кружног и кружно прстенастог попречног пресека носача највеће удаљење је спољашњи полупречник R, па је поларни отпорни момент површине одређен изразом:

$$W_o = \frac{I_o}{R}.$$

Из дефиниције отпорног момента видимо да количник двеју позитивних величина увек има позитивну вредност. Такође, закључујемо да је димензија отпорног момента површине (L^3) и стога се изражава у m^3.

Отпорни моменти површине, као геометријске карактеристике раванских попречних пресека носача, имају веома важну улогу, јер се на основу њих, као што ћемо касније видети, одређују димензије попречног пресека носача приликом димензионисања.